

# Geometría III

## Examen VII

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Geometría III

## Examen VII

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://github.com/losdeldgiim)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

**Asignatura** Geometría III.

**Curso Académico** 2023-24.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Antonio Martínez López.

**Descripción** Convocatoria Ordinaria<sup>1</sup>.

**Fecha** 22 de enero de 2023.

**Duración** 3 horas.

---

<sup>1</sup>El examen lo pone el departamento.

**Ejercicio 1** (3 puntos). Razona:

1. (1,5 puntos) Sean  $p_1 \neq p_2$  dos puntos distintos de un plano afin euclideo  $\mathcal{A}$ . Prueba que

$$\{p \in \mathcal{A} : \langle \overrightarrow{pp_1}, \overrightarrow{pp_2} \rangle = 0\}$$

es una circunferencia. Calcula el centro y el radio de la misma.

2. (1,5 puntos) Sean  $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}^3$  dos planos afines distintos y  $f_1, f_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  las simetrías especulares respecto a  $S_1$  y  $S_2$  respectivamente. Clasificar  $f = f_1 \circ f_2$ .

**Ejercicio 2** (2 puntos). Se considera la aplicación  $f : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ , siendo  $P_2(\mathbb{R})$  el espacio de polinomios de orden 2 con coeficientes reales,

$$f(p(x)) = (p(0) + 1, p(1), p'(1) - 1).$$

1. (1 punto) Demuestra que  $f$  es afín y encuentra la expresión matricial de  $f$  respecto de los sistemas de referencia canónicos  $\mathcal{R}'_0$  de  $P_2(\mathbb{R})$  y  $\mathcal{R}_0$  de  $\mathbb{R}^3$ . (En  $\mathcal{R}'_0$ , el polinomio 0 representa el origen del sistema de referencia y  $\mathcal{B}'_0 = \{1, x, x^2\}$  la base asociada.)
2. (1 punto) Comprueba que  $S = \{p(x) \in P_2(\mathbb{R}) : p(0) + p(1) = 2\}$  es un subespacio de  $P_2(\mathbb{R})$  y determina sus ecuaciones implícitas en  $\mathcal{R}'_0$ .

**Ejercicio 3** (3 puntos). Clasifica euclídeamente la siguiente cónica encontrando el sistema de referencia euclídeo en el que adopta su ecuación reducida. Calcula sus elementos euclídeos (ejes, centro, focos, asíntotas):

$$-7 - 4x + 2x^2 + 4y + 8xy + 2y^2 = 0.$$

**Ejercicio 4** (2 puntos). Estudia si existe una proyectividad  $f : \mathbb{P}^2 \rightarrow \mathbb{P}^2$  del plano proyectivo real en el plano proyectivo real, verificando

$$\begin{aligned} f(0 : 1 : 0) &= (1 : 1 : 1), \\ f(0 : 0 : 1) &= (1 : 0 : 0), \\ f(1 : 0 : -1) &= (0 : 1 : 0), \\ f(2 : -2 : 1) &= (0 : 0 : 1). \end{aligned}$$

En caso afirmativo calcula su expresión en coordenadas homogéneas usuales y decide si es o no biyectiva (homografía).